

Instytut Geofizyki
Polskiej Akademii Nauk
Zakład Geofizyki Teoretycznej

Kamil Wańkiewicz

Zastosowanie
techniki skal czasowych
do modelowania i inwersji
akustycznego pola falowego

Praca doktorska napisana pod kierunkiem
dra hab. Wojciecha Dębskiego prof. PAN

Warszawa 2018

Streszczenie pracy doktorskiej

Ziemia jest niejednorodnym, skomplikowanym ośrodkiem propagowania się fal sejsmicznych. Fale te powstają m.in. na skutek trzęsień ziemi i unoszą kilkanaście procent uwalnianej energii w tym zjawisku. Pozostała część uwalnianej energii zamieniana jest m.in. na ciepło i energię potencjalną. Pomimo tego, że fale sejsmiczne unoszą tak niewielki ułamek energii trzęsienia ziemi, są podstawowym, bogatym źródłem informacji nie tylko o samym zjawisku trzęsienia ziemi, ale również o właściwościach fizycznych wnętrza Ziemi. Określenie sposobu propagacji fal sejsmicznych jest niezbędne dla poprawnej lokalizacji wstrząsów sejsmicznych, jak i dla określenia parametrów geomechanicznych ośrodka. Odbywa się to na drodze numerycznego modelowania propagacji fal, którego rezultatem są syntetyczne rejestracje drgań w wybranych punktach ośrodka - syntetyczne sejsmogramy. Modelowanie sejsmicznego pola falowego znajduje zastosowanie na praktycznie każdym etapie badań sejsmicznych. Są one przydatne: w optymalnym rozmieszczaniu czujników pomiarowych, w tomografii - określeniu struktur Ziemi, w lokalizacji i wyznaczeniu parametrów źródeł sejsmicznych - interpretacja tych parametrów może pomóc w określeniu przyczyn wystąpienia danego zjawiska, w hazardzie sejsmicznym - przewidywanie trzęsień ziemi, itp. Modelowanie propagacji fal sejsmicznych opiera się głównie na numerycznym rozwiązywaniu hiperbolicznego równania różniczkowego drugiego rzędu, czyli sprężystego równania falowego. Wszelkie testowanie nowych pomysłów przeprowadza się na falach P ze względu na stosunkowo niewielką komplikację zagadnienia. Prowadzi to do akustycznego przybliżenia sejsmicznych pól falowych.

Jedną z najczęściej stosowanych metod numerycznego rozwiązywania równania falowego jest metoda różnic skończonych (FD, ang. Finite Difference) [5], [6], [9], [8]. Numeryczne rozwiązywanie równań różniczkowych tą metodą wymaga dyskretyzacji obszaru w węzłach siatki oraz aproksymacji występujących w równaniu pochodnych. Sposób dyskretyzacji ma zasadniczy wpływ na efektywność tj. szybkość i dokładność obliczeń numerycznych. Z artykułów [7], [1] jasno wynika, że zastosowanie odpowiednio dobranej siatki nieregularnej kartezyjskiej do warunków zadania pozwala na znaczne zredukowanie kosztów obliczeń numerycznych (rzędu kilkudziesięciu procent) względem klasycznej, regularnej siatki kartezyjskiej. Wniosek ten, autorzy prac [7], [1] oparli

na analizie przeprowadzonej przy użyciu klasycznej techniki FD. Otwartym pozostaje pytanie, czy zastosowanie siatek niestukturalnych może tę efektywność jeszcze poprawić. Próba odpowiedzi na to pytanie jest głównym celem tej pracy.

W świetle prac [7], [1] rozszerzenie techniki FD na siatki niestukturalne (nieortogonalne) powinno pozwolić na efektywniejsze obliczenia w przypadku skomplikowanych modeli ze skomplikowanymi warunkami brzegowymi. Próby rozszerzenia FD na siatki niestukturalne były podejmowane w przeszłości. Fornberg przedstawił algorytm [2] wyższych rzędów aproksymacji pochodnych (pochodne wielopunktowe) dla dowolnie rozmieszczonych punktów dyskretnych w przypadku jednowymiarowym. Nie udało się jednak dotąd uogólnić jego wyniku na 2 i 3 wymiary. Punktem wyjścia rozprawy jest podjęcie takiej próby w oparciu o formalizm skal czasowych.

Teoria skal czasowych została wprowadzona w 1988 roku przez Stefana Hilgera [3], w celu łączenia ciągłej i dyskretnej analizy. Na skali czasowej \mathbb{T} będącej dowolnym, niepustym, domkniętym podzbiorem liczb rzeczywistych \mathbb{R} , mogącej składać się zarówno z punktów dyskretnych (izolowanych) jak i domkniętych odcinków, uogólnia się równania różniczkowe mające zastosowanie w fizyce poprzez zastąpienie operatorów różniczkowych, ich odpowiednikami w języku skal czasowych, otrzymując w ten sposób równania ciągło-dyskretne. Zastosowanie techniki skal czasowych jest niezwykle ciekawe dla obliczeń numerycznych, które z definicji są obliczeniami dyskretnymi a równocześnie oparte są zwykle na klasycznych równaniach różniczkowych więc podejściu analitycznym. Pomimo swych potencjalnie dużych możliwości techniki te nie były dotychczas stosowane w geofizyce. Wymagają one dokładnej analizy pod kątem zalet i ograniczeń w zastosowaniach geofizycznych, a w szczególności w seismologii, gdzie rozważa się obszary o skomplikowanej tektonice. Przedstawione w pracy wyniki symulacji 1D akustycznego pola falowego z wykorzystaniem wspomnianej techniki utwierdzają w przekonaniu, że dobór odpowiedniej skali czasowej tj. siatki do warunków zadania, np. parametrów modelu prędkości pozwala na znaczne zredukowanie kosztów obliczeń względem klasycznej siatki FD bez utraty dokładności. Analizując uzyskane wyniki symulacji można wyciągnąć wniosek, że gęstość węzłów siatki zmieniająca się w sposób gładki na granicach modelu prędkości minimalizuje dyspersję numeryczną, czyli sztuczne oscylacje o niefizycznym charakterze. Natomiast wszelkie gwałtowne zmiany gęstości węzłów powodują ich nasilenie się w rozwiązaniu.

Kolejnym krokiem pracy było rozszerzenie technik skal czasowych w celu zwiększenia dokładności obliczeń. W ramach tej teorii stosuje się tzw. pochodne Hilgera, które w przypadku dyskretnym są tylko dwupunktowym przybliżeniem ciągłej pochodnej. Modyfikując algorytm przedstawiony przy P. Moczko w [6] w ramach technik FD, wprowadzono wielopunktowe pochodne na skalach czasowych. Okazało się, że są one afiniczną kombinacją pochodnych Hilgera oraz w przypadku 1D odtwarzają wyniki algorytmu Fornberga [2].

W kolejnej części pracy zaproponowano nowy algorytm aproksymacji po-

chodnych na siatkach niestrukturalnych 2D (nieortogonalnych) prowadzący do bezpośredniego rozszerzenia metody FD. Wykazano, że uzyskiwanie dzięki niemu wyników jest tak samo szybkie, co w przypadku zastosowania klasycznej metody FD przy założeniu, że w obu przypadkach siatka składa się z tej samej ilości węzłów, a dużo szybciej, gdy jest możliwość zredukowania ilości węzłów siatki. Nową metodę aproksymacji pochodnych testowano w symulacjach 2D akustycznego pola falowego oraz inwersji akustycznego pola falowego techniką TRA [4] dla wybranych siatek niestrukturalnych dopasowanych do modeli prędkości. Wspomniana technika TRA pozwala na lokalizację i wyznaczenie funkcji źródła w oparciu o sygnały zarejestrowane w kilku odbiornikach tj. sejsmogramy oraz znajomość modelu prędkości. Wyniki symulacji akustycznego pola falowego oraz inwersji akustycznego pola falowego techniką TRA obliczone nowym algorytmem na klasycznej siatce FD oraz na wybranych siatkach niestrukturalnych odtwarzają analogiczne wyniki uzyskiwane metodą FD na klasycznej siatce FD. W symulacji z modelem prędkości zmieniającym się w postępie geometrycznym odpowiednie dopasowanie siatki niestrukturalnej pozwoliło na znaczne zredukowanie kosztów obliczeń rzędu 25% względem klasycznej siatki FD.

Poważnym ograniczeniem klasycznej metody FD są trudności w stosowaniu jej w symulacjach o skomplikowanych warunkach brzegowych. W takiej sytuacji bardzo dobrze sprawdza się nowy algorytm. Przedstawiono to w symulacji 2D akustycznego pola falowego na obszarze o sinusoidalnych warunkach brzegowych, gdzie włączenie nowego algorytmu w schemat numeryczny pozwoliło na efektywne generowanie syntetycznych sejsmogramów oraz prawidłową lokalizację i odtworzenie funkcji źródła techniką TRA.

Kamil Ciolek

Bibliografia

- [1] Falk J., Tessmer E., Gajewski D., Tube Wave Modeling by the Finite-difference Method with Varying Grid Spacing, Birkhauser Verlag, Basel, 148 (1996) 77-93.
- [2] Fornberg B., Generation of Finite Difference Formulas on Arbitrarily Spaced Grid, Mathematics of Computation, 51 (1988) 699-706.
- [3] Hilger S., Analysis on measure chains - a unified approach to continuous and discrete calculus, Results Math. 18 (1990) 19-56.
- [4] Lu T., Toksöz M.N., Finite-difference simulations of time reversed acoustics in a layered earth model, MIT Earth Resources Laboratory, Industry Consortia Annual Report, (2004) 1-23.
- [5] Moczo P., Kristek J., Halada L., The Finite-Difference Method for Seismologists. An Introduction, Comenius University, Bratislava, (2004) 1-40.
- [6] Moczo P., Robertsson J., Eisner L., The Finite-Difference time-domain method for modelling of seismic wave propagation, Advances in Geophysics, Elsevier u2013 Academic Press, New York, 48 (2007).
- [7] Moczo P., Labak P., Kristek J., Hron F., Amplification and Differential Motion due to an Antiplane 2D Resonance in the Sediment Valleys Embedded in a Layer over the Half-Space, Bulletin of the Seismological Society of America, 86 (1996) 1434-1446.
- [8] Podvin P., Lecomte I., Finite difference computation of traveltimes in very contrasted velocity models. A massively parallel approach and its associated tools Geophysical Journal International, 105 (1991) 272-284.
- [9] Virieux J., P-SV wave propagation in heterogeneous media, velocity-stress finite difference method, Geophysics, 51 (1986) 889-901.